

**МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРОВАНИЯ  
ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ СРЕДУ ОСАДКОВ**

Проанализированы приемы моделирования пористой среды осадков. Показано, что система поровой среды осадка представляет собой неполный антисимметрический ориентированный мультиграф. Описан способ моделирования нестационарной фильтрации жидкости через поровую среду осадка путем решения неоднородного дифференциального уравнения в частных производных методом конечных разностей.

**MODELING METHODS OF FLUID FILTRATION  
THROUGH SEDIMENT POROUS MEDIA**

Sediments porous media modeling has been analyzed. It has been shown the system of pores media represents the incomplete ant symmetrical orient multygraph. It has been described the method of instability filtration through sediment porous media modeling with differential equation solution by finite differences method.

Обезвоживание тонких осадков, получаемых в технологии обогащения, осуществляется в две стадии для концентратов – механическими (вакуумное фильтрование) и термическими методами (сушка), для отходов применяются только механические методы (пресс-фильтрование). Сушка является одним из дорогостоящих и экологически небезопасных процессов в технологии обогащения. Снижение влажности питания сушки на 1-2% позволит экономить топливо, затрачиваемое на термическое обезвоживание. Работы таких исследователей как Майдуков Г.Л, Бейлин М.И, Клешнин А.А., Полулях А.Д., Jerauld G., Salter S., Bryant S. и многих других посвящены изучению и совершенствованию процесса фильтрования. Установлены зависимости скорости фильтрации от свойств поровой структуры осадка, которые являются основой современной теории фильтрации. Однако существует целый ряд проблем, связанных со свойствами этой сложной структуры, определяющей конечные результаты и скорость процесса. Изучение осадков на микроуровне способствует более глубокому пониманию сложных явлений, протекающих в этой среде.

Целью данной статьи является определение предпосылок создания модели, достоверно отражающей свойства порового пространства, являющегося магистралью для удаления влаги, и способов моделирования нестационарной фильтрации жидкости через поровую среду осадка, что позволит выявить пути совершенствования процесса.

Для теоретического исследования и моделирования сложных процессов, протекающих при фильтровании осадков, принимают определенные допущения [1]: 1) жидкость смачивает поверхность частиц твердой фазы осадка; 2) смачивающая жидкость движется в виде пленки, которая соприкасается с твердой поверхностью; 3) воздух движется по центральной части порового канала и с твердой фазой не соприкасается. Однако, в реальных условиях в поровой среде осадка протекают более сложные процессы. Это связано с тем, что часть влаги удерживается капиллярными силами в тонких порах или в порах, не связанных с другими (изо-

лированных). Величина капиллярных сил зависит от кривизны поверхности раздела жидкой и газообразной фаз. Капиллярность является весьма важным понятием при изучении течения жидкости в поровой среде. Обычно исследователи представляют капиллярность как функцию фазового насыщения поровой среды. Но эта функция неоднозначна, что вызывает трудности при попытках применить ее для конкретных вычислений.

Различными исследователями разработаны разнообразные модели поровой среды. Наибольшее распространение получила модель, представляющая поровую среду в виде разветвленной сети каналов и расширений, которая была введена Фэтом еще в 1956 году [2]. Эта модель успешно применялась для предсказания и моделирования кривых капиллярного истечения из пористой среды с помощью использования теории просачивания. В дальнейшем исследователи вводили разнообразные все более сложные разновидности сетевых моделей. Например, в качестве модели использовались квадратная секционная пора и узкий проток, поток в щелях и углах, поток в случайно ориентированных узких протоках и другие.

Наиболее простой для моделирования микромасштабной пористой среды является модель, в которой используется простой шар и трехмерные периодически повторяющиеся палочные кубические сети. Шарики представляют пору, а цилиндры - узкие протоки (щели или горловины) пор. Кроме того, указанная модель обеспечивает результаты, достаточно близкие к полученным экспериментальным путем.

На рис. 1 представлены подвергнутые специальной компьютерной обработке (сканирование) фотографии шлифов осадка кека флотоконцентрата. На рисунке видны поры (расширения в поровой сети) и горловины пор, соединяющие отдельные расширения (щелевидные каналы). Поры и каналы выделены на поверхности шлифа черным цветом.



Рис. 1 – Изображение поровой среды шлифов осадка

Сеть, состоящая из шариков и цилиндров, может охватить все свойства капилляров, в частности – соотношение насыщения смачивающей фазой с капиллярным давлением. Поры и узкие протоки в сетевых моделях поровой среды в литературе обычно рассматривались случайно распределенными без пространственного соотношения между ними. Рядом исследователей установлено [3, 4], что пространственное соотношение между порами и узкими протоками имеет сильное влияние на поведение многофазного потока при его перемещении в поровой среде. При моделировании такую поровую среду можно представить в виде графа [5], изо-

браженного на рис. 2.

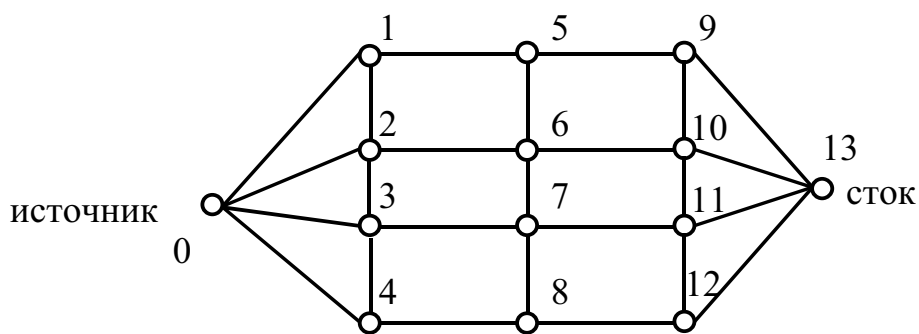


Рис. 2 - Граф поровой сети осадка

Вершины графа соответствуют отдельным порам поровой среды (см. рис. 2).

Представленный на рис. 2 граф, обладает следующими свойствами, имеющими значение для рассматриваемого процесса удаления влаги из осадка. Линии (ребра) называются дугами, если ребра имеют стрелки, т.е. являются ориентированными. В поровой среде роль дуг выполняют щели, соединяющие отдельные поры. Граф считается ориентированным, если все его ребра являются дугами. Все потоки в системе поровой среды в реальных условиях имеют однозначное направление. Следовательно, граф этой среды можно рассматривать как ориентированный [6].

В том случае, когда пара вершин соединена более, чем одной дугой, граф считается мультиграфом. Такое соединение является типичным для поровой структуры осадков, формирующихся на поверхности фильтровальной ткани как при вакуумном фильтровании, так и при использовании пресс-фильтрования.

Путь в графе - такая последовательность дуг, когда конец предыдущей дуги является началом следующей. Путь считается простым, если по одной и той же дуге не проходят дважды. Именно простые пути в графе поровой среды представляют наибольший интерес с технической точки зрения, т.к. они позволяют проследить кинетику движения влаги в этой среде.

Всякий путь имеет вес, равный весу всех дуг, составляющих его. Путь считается Эйлеровым, когда по каждой дуге проходят один раз. Таким образом, анализ перемещения влаги базируется на выделении Эйлеровых путей на графе поровой среды.

Граф, описывающий поровую среду осадка, считается симметрическим, когда все вершины имеют связи в прямом и обратном направлениях. Однако, в реальных системах пор такое положение обычно никогда не имеет места. Поэтому граф рассматриваемой системы является антисимметрическим.

Если каждая вершина соединена со всеми другими вершинами, граф считается полным. Реальные системы представляют собой неполные аналоги графов, т.к. они состоят из десятков и сотен узлов, а на каждый узел имеется от 1 до 5-10 связей. Кроме того, в поровой среде существуют изолированные каналы (ловушки), не связанные с другими.

Таким образом, система поровой среды осадка представляет собой неполный

антисимметрический ориентированный мультиграф.

Горловина поры в поровой среде осадка представлена цилиндром, который связывает два шарика на концах. Диаметр цилиндра такой же, как радиус наименьшего из связанных шариков. Следовательно, диаметр горловины поры всегда меньше, чем размер связанных пор. В графе, представленном на рис. 2, пора с номером 0 является источником, а пора № 13 – стоком.

При выполнении моделирования поведения жидкости в поровой среде первоначально сеть насыщается смачивающей фазой и связывается с несмачивающимся источником и смачивающимся стоком. В процессе истечения жидкость *вынуждена* течь в направлении от несмачивающегося источника к смачивающемуся стоку.

Чтобы моделировать процесс истечения в сети, описанной выше, выполнялось пошаговое приращение капиллярного давления от низкого значения до более высокого. Моделировалось введение несмачивающей фазы (воздуха) от источника в сеть. Смачивающая фаза (жидкость) выходила из сети в смачивающийся сток по мере того, как капиллярное давление возрастало до тех пор, пока смачивание не становилось прерывистым. Заполнение поры смачивающей фазой зависит от величины давления и от геометрии сети. Соотношение между капиллярным давлением и радиусом горловины приводится в известном уравнении Янга-Лапласа:

$$P = 2 \sigma \cos \theta / r , \quad (1)$$

где  $\sigma$  - поверхностное натяжение;  $\theta$  - угол смачивания.

Несмачивающая фаза может попасть в горловину, если диаметр горловины больше, чем это вытекает из уравнения Лапласа. Если горловина уже заполнена несмачивающей фазой – воздухом, то связанный узел также немедленно заполняется несмачивающей фазой в связи с тем, что диаметр узла (поры) всегда больше, чем связывающей щели (горловины).

Следовательно, процесс внедрения жидкости и перемещения фазовой границы раздела «жидкость-газ» в основном регулируется размером щели. Топология сети определяет, будет ли смачивающая фаза в некоторой щели иметь выход к смачивающему стоку или нет. Если дополнительного пути не существует, смачивающая фаза будет уловлена несмачивающей фазой. Если пренебрегать пленочным течением жидкости, то и улавливанием смачивающей фазы можно также пренебречь.

Причиной возникновения пленочного течения является шероховатость поверхности поровой среды, неразрывность смачивающей фазы существует на ребрах выемок и клиньях твердой поверхности. Смачивающая фаза может перемещаться внутри поровой среды через пленочное течение. Таким образом, улавливание и перемешивание смачивающей и несмачивающей фаз, не проявляется при рассмотрении пленочного течения.

Ряд исследователей предполагают, что улавливание и перемешивание воздуха с жидкой фазой проявляется только в горловине поры, когда она связывает два несмачивающихся узла. При этом, если смачивающая капелька жидкости заполняет несколько пор одновременно и горловины заполняются временно, пленочное течение делает возможным для несмачивающей фазы – воздуха - пробивать эту

капельку пока все несмоченные узлы заняты несмачивающей фазой.

Таким образом, учет свойств рассматриваемой модели и особенностей перемещения жидкости позволяет заключить, что после истечения влаги сеть пор будет иметь следующие свойства: 1) все узлы (поры) заполнены несмачивающей фазой - воздухом, 2) несмачивающая фаза непрерывна, 3) смачивающая фаза прерывна, 4) несмачивающая фаза заполняет структуру дерева сети порового пространства, 5) дуга дерева – горловина поры - заполнена смачивающей фазой, 6) ветки дерева заполнены несмачивающей фазой.

Кроме свойств модели, описывающей систему пор в осадке в целом, важным моментом является изучение течения жидкости в отдельной поре. Это связано с тем, что именно отдельные поры и составляют поровую среду осадка в целом.

Проблема нестационарной фильтрации жидкости через поровую среду осадка тонкодисперсных частиц, имеющего различные значения проницаемости по толщине, может быть также исследована путем решения неоднородного дифференциального уравнения в частных производных методом конечных разностей.

$$\begin{aligned} \partial/\partial t[U(x,y,t)] = \partial/\partial x[Dx(x,y,t)* \partial U(x,y,t)/ \partial x] + \\ + \partial/\partial y[Dy(x,y,t)* \partial U(x,y,t) / \partial y] + fs(x,y,t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U(x,y,t)$  – давление жидкости, зависящее от координат пространства и времени;  $fs(x,y,t)$  – внешний источник давления;  $Dx(x,y,t)$ ,  $Dy(x,y,t)$  – коэффициенты диффузии, зависящие от координат и времени.

Отсюда следует, что коэффициенты проводимости пористой среды введены под знак производной. Это обеспечивает корректное решение задачи о нестационарной фильтрации жидкости в анизотропной среде, которой является пористая среда осадка.

Частным случаем уравнения (2) является уравнение, имеющее следующий вид:

$$D d^2 P / dx^2 = dP / dt , \quad (3)$$

где  $D$  – диффузионный фактор, который может быть определен из соотношения, приведенного ниже:

$$D = C P / \mu m ,$$

где  $C$  – проницаемость поровой среды осадка;  $P$  – давление;  $\mu$  – вязкость,  $m$  – пористость исследуемой среды.

Следует отметить, что в подавляющем большинстве случаев фильтрация происходит в ламинарном режиме. Лишь непосредственно на выходе из поры может возникать турбулентный режим движения, что связано с повышением скорости перемещения смачивающей фазы при падении давления от избыточного до атмосферного для процесса пресс-фильтрации. Турбулентный режим движения может быть учтен в рассматриваемой модели с помощью введения поправочных коэффициентов. Такое упрощение облегчает решение сложной нестационарной за-

дачи с переменными коэффициентами фильтрации и переменными граничными условиями.

На первом этапе исследований используется двумерная задача нестационарной фильтрации, которая позволяет понять основные особенности процесса фильтрации в порах осадка. При этом по длине поры выделяется несколько сечений. Такая постановка дает возможность исследовать условно мгновенные потоки жидкости, проходящей через данное сечение конкретной поры в текущий момент времени.

В данном случае принято, что при подаче суспензии в рабочую камеру обезвоживающего аппарата (например, фильтр-пресса) исходная суспензия может рассматриваться как жидкая среда. В этом случае давление по всей толщине осадка допустимо считать одинаковым и равным единице.

Задания входных и выходных условий по краям единичной поры производилось с учетом следующих соображений. При конечной вязкости жидкости давление на выходе из осадка в действующих аппаратах снижается не мгновенно, а по экспоненциальному закону в течение определенного отрезка времени. На входе в пору повышение давления происходит аналогичным образом, но более медленными темпами из-за того, что скорость подачи суспензии обычно не превышает скорость выведения жидкости. По мере фильтрования с течением времени  $t$  давление на выходе поры снижается до атмосферного, которое условно принято за ноль, по экспоненциальной зависимости:

$$P(t) = \exp(-t/20). \quad (4)$$

На входе поры с нагнетательной стороны давление наоборот увеличивается от единицы по зависимости:

$$P(t) = 0.5 + 1 / (1 + \exp(-t/30)). \quad (5)$$

Дифференциальное нестационарное уравнение параболического типа (3) решено численным методом, а именно методом Кранка-Николсона, который используется для решения уравнений этого типа. Указанное выше уравнение решалось на прямоугольной области для следующих начальных условий:

$$U(x, 0) = \text{inif}(x); \quad (6)$$

где  $x$  – координата по длине поры;  $\text{inif}(x)$  – начальная функция.

Параметр  $x$  в уравнении (6) изменяется в следующем интервале:

$$0 \leq x \leq a. \quad (7)$$

Здесь  $0$  и  $a$  координаты входа и выхода из поры, соответственно. Граничные условия заданы следующими:

$$U(0, t) = b_1(t); \quad (8)$$

$$U(a, t) = b_2(t). \quad (9)$$

Здесь  $t$  – время;  $b_1$   $b_2$  - функции от времени, имеющие форму (4) и (5), соответственно.

Для изменения времени задан следующий интервал:

$$0 \leq t \leq b,$$

где  $b$  – текущее значение времени.

При этих начальных и граничных условиях, соответствующих зависимостям (6), (7), (8), (9) исследованы закономерности изменения давления по толщине осадка во времени (от начала момента фильтрования) при разном распределении проницаемости по толщине осадка.

Необходимо отметить, что численное решение задачи о нестационарной фильтрации жидкости в поровом пространстве осадка является весьма сложной с точки зрения затрат машинного времени и памяти даже для современных вычислительных машин. Это связано с тем, что указанная расчетная область должна быть разбита на достаточное число узлов, чтобы адекватно отразить сложную динамику фильтрации.

На основании предварительных расчетов было установлено, что для исследования процесса фильтрации, включающего основные стадии начала, развития и затухания необходимо достаточное число шагов по времени. На каждом таком шаге решается система алгебраических уравнений-аналогов дифференциального. Настройка модели, граничных условий и исходных данных, а также обработка и анализ результатов вычисления требуют значительного количества времени.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение процесса фильтрации жидкости через пористый осадок, который имеет переменную проницаемость по толщине осадка, что соответствует реальным условиям.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Майдуков Г.Л. Технология фильтрования продуктов обогащения углей. М.: Недра. – 1975. – 142с.
2. Fat I. The network model of porous media (in three parts). Trans. AIME., 1956. - p. 144–181.
3. Jerauld G. R., Salter S. J. The effect of pore-structure on hysteresis in relative permeability and capillary pressure: pore level modeling. Transport in Porous Media, 5, 1990. – p. 103–151.
4. Bryant S., King P. R., Mellor D. W. Network model evaluation of permeability and spatial correlation in a real random sphere packing. Transport in Porous Media, 11, 1993. – p. 53–70.
5. Назимко Е.И., Гарковенко Е.Е. Совершенствование работы систем осветления оборотных вод углеобогачительных фабрик. - Днепропетровск: Полиграфист, 2000. – 174 с.
6. Цой С., Цхай С.М. Прикладная теория графов. - Алма-Ата: Наука, 1971. -500 с.